# Návodné a doplňující úlohy pro kategorii Z6

**Z6–I–1**

*V následujícím sčítacím algebrogramu odpovídají různá písmena různým číslicím, stejná stejným:*

$$\begin{array}{r} T\,O\,N\,A \\ O\,N\,A \\ N\,A \\ A \\ \hline 8\;6\;5\;4 \end{array}$$

*Nahraďte písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný. Najděte všechny možnosti.*
*(I. Jančigová)*

Návodné a doplňující úlohy

V následujících algebrogramech odpovídají různá písmena různým číslicím, stejná stejným. Nahraďte písmena číslicemi tak, aby byl výpočet správný. Najděte všechny možnosti.

N1.

$$PES + ES = 170$$

[Zřejmě musí být $P = 1$, tedy řešíme $ES + ES = 70$. Odtud dostáváme jediné řešení, v němž $PES$ odpovídá 135.]

N2.

$$NIVA + IVA = 8630$$

[Z počítání na místě jednotek plyne buď $A = 0$, nebo $A = 5$. Pro $A = 0$ vychází v součtu na místě desítek sudé číslo, což nevyhovuje. Pro $A = 5$ vychází buď $V = 1$, nebo $V = 6$. Pro $V = 6$ vychází v součtu na místě stovek liché číslo, což nevyhovuje. Pro $V = 1$ vychází buď $I = 3$ a $N = 8$, nebo $I = 8$ a $N = 7$. Dostáváme dvě řešení, v nichž $NIVA$ odpovídá 8315, nebo 7815.]

D1.

$$PO \cdot DO = ONO$$

[Z počítání na místě jednotek plyne buď $O = 1$, nebo $O = 5$, nebo $O = 6$. Pro $O = 1$ nemá úloha řešení. Pro $O = 5$ vychází buď $P = 1$ a $D = 3$, nebo naopak. Pro $O = 6$ vychází $P = D = 2$, což nejsou různé číslice. Jediné řešení (až na pořadí součinitelů) odpovídá výpočtu $15 \cdot 35 = 525$.]

D2.

$$\begin{array}{ccccc} ABC & : & AD & = & AE \\ + & & + & & \\ FG & - & BG & = & EH \\ = & & = & & \\ EDH & & CF & & \end{array}$$

[Z rozdílu na druhém řádku plyne $H = 0$. Dělení na prvním řádku znamená $AD \cdot AE = ABC$, odkud plyne $A = 1$. Odtud a z různosti číslic plyne poměrně málo možností pro $D$, $E$, $B$ a $C$. Ze součtu v prvním sloupci plyne $E = 2$ a jen dvě možnosti pro zbylé číslice. Po vyzkoušení vyhovuje jediná možnost zobrazená níže.]

$$\begin{array}{ccccc} 156 & : & 13 & = & 12 \\ + & & + & & \\ 74 & - & 54 & = & 20 \\ = & & = & & \\ 230 & & 67 & & \end{array}$$

## Z6–I–2

*Od 1. ledna byl pan Novák zaměstnán v nové práci. Nástupní výše jeho platu byla 1 550 eur měsíčně. Protože se osvědčil, od jistého měsíce v prvním půlroce mu byl zvýšen plat o celý počet eur. Za celý rok si vydělal 20 000 eur.*

*Za který měsíc si pan Novák poprvé vydělal více a o kolik? Určete všechny možnosti.*

*(M. Macko)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Michal dostal na celý týden košík se 17 jablky. Každý den počínaje pondělím snědl tři jablka. Záhy si spočítal, že pokud mu mají jablka vyjít až do neděle, musí počet jablek, která každý den sní, snížit o jedno. Který den začal Michal jíst méně jablek?

[Méně jablek začal jíst ve čtvrtek $(3 + 3 + 3 + 2 + 2 + 2 + 2 = 17)$.]

N2. Arnošt dostal na celý týden košík se 47 švestkami. Každý den počínaje pondělím snědl pět švestek. Záhy si spočítal, že může počet švestek, které každý den sní, zvýšit a švestky mu i tak vydrží až do neděle. Začal tedy jíst víc švestek, a to každý den stejně, ale ne více než deset. V neděli dojedl všechny. Který den začal Arnošt jíst více švestek a o kolik? Uveďte všechny možnosti.

[Pokud by jedl 5 švestek denně celý týden, snědl by jich 35 a 12 by mu zbylo. S tímto přebytkem si mohl poradit tak, že začal jíst buď v úterý o 2, nebo ve čtvrtek o 3, nebo v pátek o 4 švestky více.]

N3. Eliška se rozhodla během července přečíst knihu, která měla 316 stran. Každý den počínaje 1. červencem přečetla deset stran. Několik dní před koncem měsíce zjistila, že by takto knihu nedočetla, a začala číst více. Opět četla stejný počet stran denně a svoje předsevzetí splnila. Kolik stran denně mohla Eliška číst během posledních červencových dnů? Uveďte všechny možnosti.

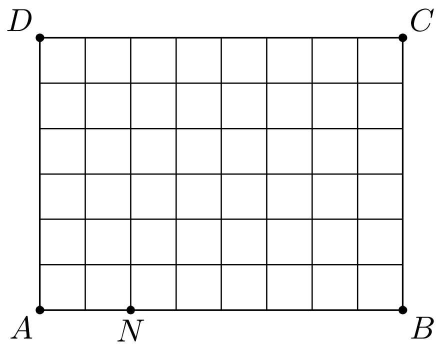
[Pokud by četla 10 stran denně celý červenec, přečetla by 310 stran a 6 by jí chybělo. Četbu mohla navýšit buď o 1 stranu posledních 6 dnů, nebo o 2 strany poslední 3 dny, nebo o 3 strany poslední dva dny. Poslední dny tedy mohla číst buď 11, nebo 12, nebo 13 stran denně.]

D1. Pan Cílevědomý nastoupil 1. ledna do nového zaměstnání s nástupním platem v celých tisících korun. Protože se osvědčil, byl mu od jistého měsíce zvýšen plat o pětinu. Jeho nový plat byl opět v celých tisících korun a za celý rok si vydělal něco mezi 250 000 a 310 000 korunami. Jaký byl nástupní plat pana Cílevědomého a od kterého měsíce dostal přidáno? Určete všechny možnosti.

[Uvedenému ročnímu výdělku odpovídá měsíční plat mezi 20 834 a 25 833 korunami. Nástupní plat pana Cílevědomého byl nižší a dělitelný 5 000, tedy buď 20 000, nebo 25 000 korun. S měsíčním platem 20 000 korun by za rok vydělal 240 000, tedy dostal přidáno nejpozději v říjnu ($240\,000 + 3 \cdot 4\,000 = 252\,000$). S měsíčním platem 25 000 korun by za rok vydělal 300 000, tedy dostal přidáno nejdřív v prosinci ($300\,000 + 1 \cdot 5\,000 = 305\,000$).]

**Z6–I–3**

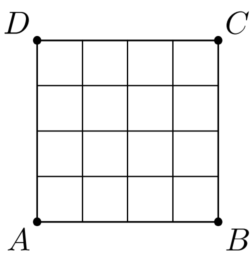
*Vrcholy obdélníku $ABCD$ jsou mřížovými body čtvercové sítě a bod $N$ je mřížovým bodem na straně $AB$:*



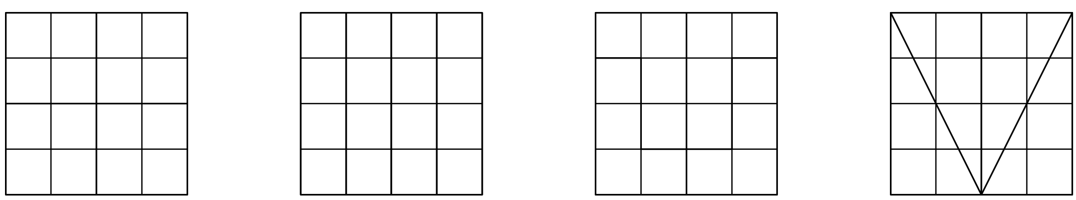

*Rozdělte obdélník $ABCD$ třemi úsečkami se společným bodem $N$ na čtyři části se stejnými obsahy.* (D. Kovalčíková)

Návodné a doplňující úlohy

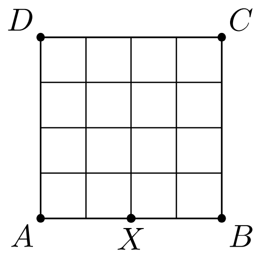
N1. Vrcholy čtverce $ABCD$ jsou mřížovými body čtvercové sítě. Najděte alespoň tři způsoby, jak rozdělit čtverec $ABCD$ na čtyři stejné útvary, jejichž vrcholy jsou mřížovými body čtvercové sítě.




[Několik možných rozdělení je naznačeno na obrázcích níže.]

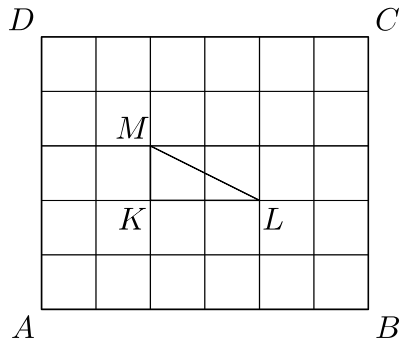


N2. Vrcholy čtverce $ABCD$ jsou mřížovými body čtvercové sítě a bod $X$ je mřížovým bodem na straně $AB$. Rozdělte čtverec $ABCD$ na čtyři části se společným bodem $X$ a se stejnými obsahy.

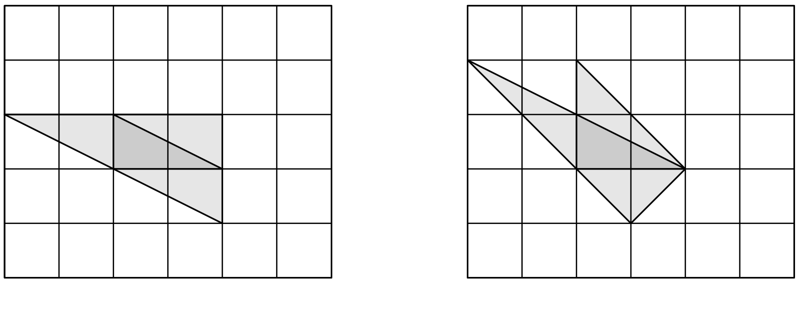



[Jedná se např. o poslední případ z řešení předchozí úlohy.]

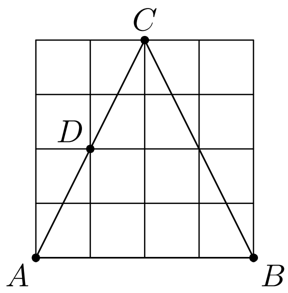
N3. Vrcholy obdélníku $ABCD$ a trojúhelníku $KLM$ jsou mřížovými body čtvercové sítě. Vyznačte trojúhelník, který má stejný obsah jako trojúhelník $KLM$, má s ním společnou právě jednu stranu a zbylý vrchol je mřížovým bodem obdélníku $ABCD$. Najděte alespoň šest řešení.



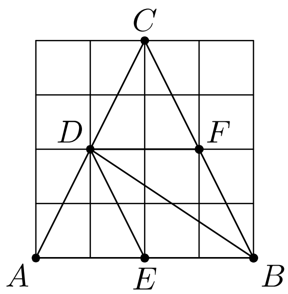

[Trojúhelníků, které vyhovují všem podmínkám a jsou shodné s trojúhelníkem $KLM$, je pět. Tři takové trojúhelníky jsou znázorněny na prvním obrázku níže, další tři trojúhelníky neshodné s $KLM$ jsou na druhém obrázku. (Trojúhelníků se společnou stranou $KM$, $KL$, resp. $LM$ je šest, sedm, resp. tři.)]



D1. Vrcholy trojúhelníku $ABC$ jsou mřížovými body čtvercové sítě a bod $D$ je mřížovým bodem na straně $AC$. Rozdělte trojúhelník $ABC$ na čtyři části se společným bodem $D$ a se stejnými obsahy.




[Obsah trojúhelníku $ABC$ odpovídá 8 čtverečkům sítě, tedy obsah každé části dělení bude odpovídat dvěma čtverečkům. Řešení je naznačeno na obrázku níže — koncové body dělicích úseček jsou mřížové body $E$, $B$, $F$.]




**Z6–I–4**

*Veronika dostala jedno trojmístné a jedno dvojmístné číslo. Trojmístné číslo zaokrouhlila na stovky a dvojmístné zaokrouhlila na desítky. Rozdíl zaokrouhlených čísel byl 500.*

*Jaký nejmenší a jaký největší mohl být rozdíl nezaokrouhlených čísel? (M. Macko)*

Návodné a doplňující úlohy

N1. Jindra si zapsal na řádek čísla 17, 49, 72, 65, 8. Všechna čísla zaokrouhlil na desítky a výsledky zapsal na další řádek pod původní čísla. Pro kterou dvojici čísel na prvním řádku platí, že jejich rozdíl se a) nejméně; b) nejvíce liší od rozdílu odpovídajících čísel na druhém řádku?

[Rozdíly na prvním a druhém řádku se liší a) nejméně o 1 pro dvojice 17, 8 a 49, 8; b) nejvíce o 7 pro dvojici 72, 65.]

N2. Na běžeckém závodě doběhl Samuel do cíle před Erikem. Oba běželi celé počty minut, které po zaokrouhlení na desítky dávaly stejný výsledek. Tak to také Erik později podával, i když skutečný Samuelův čas byl o pětinu kratší než Erikův. Kolik minut mohl trvat závod každému z chlapců? Najděte všechny možnosti.

[Erikův čas v minutách byl násobkem pěti, Samuelův čas se zaokrouhloval nahoru. Buď Erik běžel 10 a Samuel 8 minut, nebo Erik běžel 20 a Samuel 16 minut.]

N3. Klára měla dvě dvojmístná čísla. Když obě zaokrouhlila na desítky, byl rozdíl těchto zaokrouhlených čísel 40. Jaký nejmenší a jaký největší mohl být rozdíl nezaokrouhlených čísel?

[Při zaokrouhlení na desítky se číslo může zmenšit nanejvýš o 4 a zvětšit nanejvýš o 5. Rozdíl nezaokrouhlených čísel mohl být nejméně 31 a nejvíce 49.]

D1. Jirka měl jedno trojmístné a jedno dvojmístné číslo. Trojmístné číslo zaokrouhlil na stovky a dvojmístné zaokrouhlil na desítky. Součet zaokrouhlených čísel byl 750, součet nezaokrouhlených čísel byl o 16 větší. Jaký nejmenší a jaký největší mohl být rozdíl nezaokrouhlených čísel?

[Součet 750 mohl vzniknout jedině jako 700+50. Dvojmístné nezaokrouhlené číslo mohlo být v rozmezí od 45 do 54. Pro 45, resp. 54 je trojmístné nezaokrouhlené číslo 721, resp. 712. Rozdíl je 676, resp. 658, a to je největší, resp. nejmenší hodnota rozdílu nezaokrouhlených čísel.]

**Z6–I–5**

*Peťa má ke každému dnu v týdnu přiřazenu barvu: pondělí modrou, úterý zelenou, středě bílou, čtvrtku červenou, pátku oranžovou, sobotě šedou a neděli hnědou. V těchto barvách nosí i ponožky, a to tak, že na pravé noze má ponožku barvy dne, avšak na levé noze nemá ponožku barvy tohoto dne, ani dne následujícího. (Např. v sobotu má na pravé noze šedou ponožku a na levé nemá šedou, ani hnědou.)*

*Určete, který je den, jestliže předevčírem měl Peťa na levé noze modrou ponožku, včera měl červenou a dnes má hnědou.* *(M. Dillingerová)*

Návodné a doplňující úlohy

V následujících čtyřech úlohách nosí Peťa ponožky tak, jak je popsáno v soutěžní úloze.

N1. Jednoho dne měl Peťa na levé noze zelenou ponožku. Jakou ponožku mohl mít tentýž den na pravé noze?

[Zelenou ponožku na levé noze mohl mít v jakýkoli den kromě pondělí a úterý. Na pravé noze tedy mohl mít bílou, červenou, oranžovou, šedou, nebo hnědou ponožku.]

N2. Předevčírem měl Peťa na pravé noze červenou ponožku. Jakou ponožku nemůže mít zítra na levé noze?

[Předevčírem musel být čtvrtek, zítra tedy bude neděle. Zítra nemůže mít na levé noze hnědou, ani modrou ponožku.]

N3. Dnes má Peťa na jedné noze zelenou a na druhé bílou ponožku. Co je dnes za den?

[Pokud má na pravé noze zelenou ponožku, pak je úterý. To ale nemůže mít na levé noze bílou ponožku, tedy tato možnost nevyhovuje. Pokud má na pravé noze bílou ponožku, pak je středa a zelenou ponožku na levé noze mít může. Dnes je středa.]

D1. Včera měl Peťa na levé noze modrou a dnes červenou ponožku. Sestra mu doporučuje na levou nohu nasadit zítra znovu modrou ponožku a pozítří hnědou. Rozhodněte, zda se Peťa může obléct podle sestřina doporučení. Pokud ano, co je dnes za den?

[Z první a druhé informace plyne, že dnes není pondělí, ani úterý, ani středa, ani čtvrtek. Pokud by byl pátek, nemohl by si pozítří obléct hnědou. Pokud by byla sobota nebo neděle, nemohl by si zítra obléct modrou. Sestřino doporučení není slučitelné s Peťovými zvyklostmi.]

D2. Alex má takový zvyk, že každou sobotu od 8 do 13 hodin lže a zbytek dne mluví pravdu. Podobně Saša každou sobotu od 13 do 18 hodin lže a zbytek dne mluví pravdu. Když se jednou v sobotu potkali, proběhl následující rozhovor:

Alex: „Rád tě vidím. Zrovna před hodinou jsem lhal.“

Saša: „To je náhoda, já jsem před hodinou také lhala.“

Kolik mohlo být zrovna hodin?

[Alex mohl svůj výrok pronést buď mezi 8. a 9. hodinou (nepravdivě), nebo mezi 13. a 14. hodinou (pravdivě). Saša mohla svůj výrok pronést buď mezi 13. a 14. hodinou (nepravdivě), nebo mezi 18. a 19. hodinou (pravdivě). Rozhovor proběhl mezi 13. a 14. hodinou.]

**Z6–I–6**

*Obdélníkový park má obvod 228 metrů. Ve vrcholech obdélníku a na jeho stranách rostlo 38 okrasných keřů tak, že vzdálenosti mezi každými dvěma sousedními keři byly stejné. Na dvou protilehlých stranách obdélníku zasadil zahradník mezi každé dva keře jeden další. Tím zvýšil počet keřů po obvodu parku na 60.*

*Určete rozměry parku.* *(M. Macko)*

NÁVODNÉ A DOPLŇUJÍCÍ ÚLOHY

N1. Zahradník osázel hranici obdélníkového záhonu jahodami tak, že rostliny byly v rozích a na stranách v pravidelných rozestupech 80 cm. Záhon měl rozměry 160 cm a 240 cm. Kolik rostlin zahradník zasadil?

[V rozích byly 4 rostliny, na každé z kratších stran jedna další, na každé z delších stran dvě další. Zahradník zasadil 10 rostlin.]

N2. Mezi obcemi Počátky a Žirovnice se má po jedné straně cesty vysázet nové stromořadí. Nejprve chtějí vysadit v pravidelných rozestupech břízy, poté doprostřed mezi každé dvě břízy střídavě jabloně a třešně. Délka stromořadí od první po poslední břízu bude 5 km, vzdálenosti mezi sobě nejbližšími jabloněmi budou 40 metrů. Kolik bříz má být podle tohoto plánu vysazeno?

[Mezi sobě nejbližšími jabloněmi mají být dvě břízy. Vzdálenost sobě nejbližších bříz tak bude 20 metrů. Takových úseků se do 5 km vejde 250. Podle plánu mají vysázet 251 bříz.]

N3. Alžběta pomocí kolíků vyznačila obdélníkové území s obsahem 24 čtverečních metrů. Kolíky byly v rozích a na stranách v pravidelných rozestupech 1 metr. Kolik kolíků potřebovala? Najděte všechny možnosti.

[Úvahy jsou podobné jako v úloze N1, avšak záleží na rozměrech obdélníku: pro rozměry 1 m a 24 m potřebovala 50 kolíků, pro rozměry 2 m a 12 m potřebovala 28 kolíků, pro rozměry 3 m a 8 m potřebovala 22 kolíků, pro rozměry 4 m a 6 m potřebovala 20 kolíků.]

D1. Julián vytvořil na zahradě ornament ve tvaru pravidelného šestiúhelníku se stranou délky 120 cm. Ve vrcholech šestiúhelníku, na jeho stranách i na úhlopříčkách procházejících středem zasadil sedmikrásky v pravidelných rozestupech 30 cm. Na každé straně a každé úhlopříčce ještě mezi každé dvě sedmikrásky zasadil fialku. Kolik Julián zasadil sedmikrásek a kolik fialek?

[Pravidelný šestiúhelník je úhlopříčkami procházejícími středem rozdělen na šest stejných rovnostranných trojúhelníků. Ve vrcholech a ve středu šestiúhelníku je 7 sedmikrásek, mezi nimi na každé z 12 úseček jsou 3 další sedmikrásky a 4 fialky. Julián zasadil 43 sedmikrásek a 48 fialek.]