

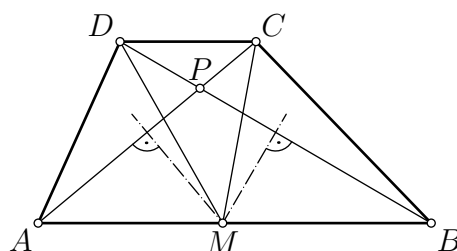
Kategorie C

1. Přirozené číslo zapsané navzájem různými číslicemi nazveme *pitoreskní*, když každá jeho vnitřní číslice dělí dvojmístné číslo tvořené zleva doprava jejími sousedy. Například 1324 je pitoreskní, protože 3 dělí 12 a 2 dělí 34. Rozhodněte, zda existuje pitoreskní číslo tvořené všemi číslicemi a) 1 až 8, b) 1 až 9. (Patrik Bak)
2. Uvažujme přirozená čísla a, b, c taková, že čísla $a, b, c, a + b, b + c, c + a$ jsou navzájem různá a součet tří největších z nich je 75. Určete největší možnou hodnotu součtu $a + b + c$. (Patrik Bak)
3. V síti tvořené čtverci o straně 1 je dána kružnice se středem v mřížovém bodě a s poloměrem 2. Tato kružnice protíná přímky sítě dohromady ve 12 bodech. Dokažte, že těchto 12 průsečíků tvoří vrcholy pravidelného 12úhelníku. (Josef Tkadlec)
4. Najděte všechna čtyřmístná čísla $n = \overline{abcd}$, pro která platí

$$\overline{ab} + \overline{cd} = \sqrt{n}, \quad \overline{cd} - \overline{ab} = 5.$$

(Mária Dományová)

5. Úhlopříčky lichoběžníku $ABCD$ se protínají v bodě P a jejich osy se protínají v bodě M . Předpokládejme, že M leží na základně AB . Dokažte, že P je středem kružnice vepsané trojúhelníku CDM . (Jaroslav Švrček)



6. Na pekáči je 21 buchet, 10 z nich je plněných povidly, zbylých 11 tvarohem. Můžeme položit 10 otázek. V každé otázce ukážeme na dvě buchty a kuchař nám řekne, jestli mají stejnou náplň, nebo každá jinou. Je možné ptát se tak, abychom o alespoň jedné buchtě s jistotou zjistili, čím je plněná? (Josef Tkadlec, Felix Schröder)

Do soutěže se přihlaste na osmo.matematickaolympiada.czInformace o soutěži včetně návodných úloh najdete na matematickaolympiada.cz