

Úlohy krajského kola kategorie A

1. Pro reálná čísla x a y jsou čísla $x + y$ a $x^2 + y^2$ celá. Je nutně i číslo $x^3 + y^3$ celé?
2. Dokažte, že pro nekonečně mnoho celých čísel D existují dvě nesoudělná kladná celá čísla a , b , pro která je D největším společným dělitelem čísel $5a^2 + b$ a $5b^2 + a$.
3. Je dán konvexní šestiúhelník $ABCDEF$ takový, že $|AB| = |BC|$, $|CD| = |DE| \neq |AD|$, $|EF| = |FA|$ a $|\sphericalangle BDC| + |\sphericalangle EDF| = |\sphericalangle FDB|$. Dokažte, že

$$|\sphericalangle CBA| + |\sphericalangle EDC| + |\sphericalangle AFE| = 360^\circ.$$

4. Podél kružnice jsou napsána alespoň čtyři reálná čísla. Platí, že v každé trojici sousedních čísel je jedno z nich součtem zbylých dvou. Dokažte, že některá dvě ze všech napsaných čísel mají stejnou absolutní hodnotu.

Krajské kolo kategorie A se koná

v úterý 13. ledna 2026

tak, aby začalo nejpozději v 10 hodin dopoledne a aby soutěžící měli na řešení úloh 4 hodiny čistého času; případné dotazy k textu zadání mohou být zodpovězeny v prvních 20 minutách. Za každou úlohu může soutěžící získat 6 bodů; hodnotí se přitom nejen správnost výsledku, ale i logická bezchybnost a úplnost sepsaného postupu, výsledky všech potřebných písemných nebo pamětných výpočtů musí být zaznamenány. Bodová hranice k určení úspěšných řešitelů bude stanovena centrálně po vyhodnocení statistik bodových výsledků ze všech krajů. Povolené pomůcky jsou psací a rýsovací potřeby a školní MF tabulky. Kalkulačky, notebooky ani žádné jiné elektronické pomůcky dovoleny nejsou. Tyto údaje se žákům sdělí před zahájením soutěže.