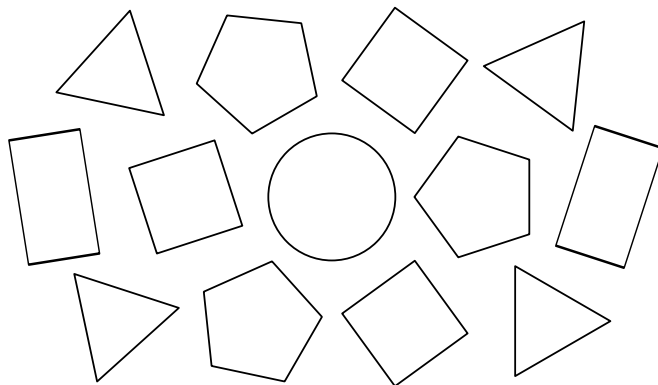


II. kolo kategorie Z5

Z5–II–1

Na obrázku je třináct geometrických útvarů, z nichž některé jsou stejné. Do každého útvaru vepište jedno z čísel od 1 do 9 tak, aby ve stejných útvarech byla stejná čísla a v různých různá.

Jaký největší a jaký nejmenší může být součet čísel v útvarech? (M. Smitková)



Možné řešení. Na obrázku jsou útvary pěti druhů, a to 4 trojúhelníky, 3 čtverce, 3 pětiúhelníky, 2 obdélníky a 1 kruh.

Součet vepsaných čísel je největší možný, pokud v útvarech, kterých je víc, jsou větší čísla. Když vepíšeme číslo 9 do trojúhelníků, číslo 8 do čtverců, číslo 7 do pětiúhelníků, číslo 6 do obdélníků a číslo 5 do kruhu, dostaneme součet

$$4 \cdot 9 + 3 \cdot 8 + 3 \cdot 7 + 2 \cdot 6 + 5 = 98.$$

Součet vepsaných čísel je nejmenší možný, pokud v útvarech, kterých je víc, jsou menší čísla. Když vepíšeme 1 do trojúhelníků, 2 do čtverců, 3 do pětiúhelníků, 4 do obdélníků a 5 do kruhu, dostaneme součet

$$4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 4 + 5 = 32.$$

Největší a nejmenší možný součet čísel je 98 a 32.

Hodnocení. 1 bod za výčet druhů útvarů a jejich počtů; 2 body za formulaci myšlenky o přiřazení čísel útvarům; po 1 bodu za každé přiřazení; 1 bod za výsledky.

Z5–II–2

Vašek a Pepík se vážili s jejich psem Brokem. Zjistili, že Brok váží 13 kg, Pepík s Brokem váží stejně jako Vašek a Vašek s Brokem váží dvakrát víc než Pepík.

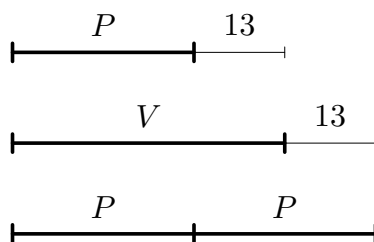
Určete, kolik váží Vašek a kolik Pepík.

(*M. Petrová*)

Možné řešení. Pepík s Brokem váží stejně jako Vašek, tedy Vašek s Brokem váží stejně jako Pepík a dva Broci. Současně Vašek s Brokem váží stejně jako dva Pepíci, tedy Pepík váží stejně jako dva Broci.

Brok váží 13 kg, tedy Pepík váží $2 \cdot 13 = 26$ (kg) a Vašek váží $26 + 13 = 39$ (kg).

Poznámka. Znázornění předchozích myšlenek pomocí úseček vypadá následovně:



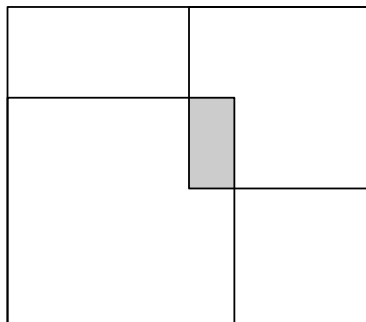
Hodnocení. 3 body za rozbor vztahů a úpravy či znázornění; 2 body za hmotnost jednoho chlapce; 1 bod za hmotnost druhého.

Z5–II–3

V obdélníku o rozměrech 808 cm a 707 cm jsou vloženy dva čtverce se stranami délek 505 cm a 404 cm. Každý ze čtverců přiléhá dvěma stranami ke stranám obdélníku jako na obrázku. Čtverce se překrývají v obdélníku, který je na obrázku vyznačen šedě.

Vypočtete rozměry šedého obdélníku.

(*E. Novotná*)

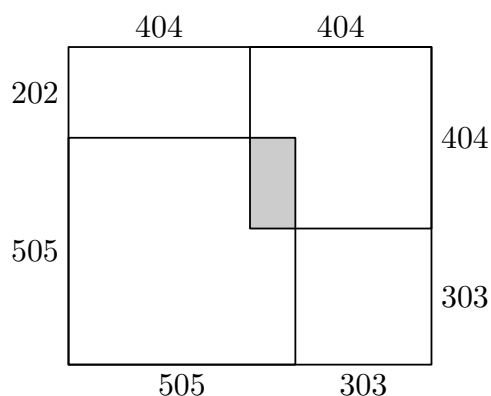


Možné řešení. Součet délek stran vložených čtverců je $505 + 404 = 909$ (cm) a obdélník uvažujeme tak, jak je znázorněn výše, tedy že jeho delší strana je vodorovně.

Delší strana obdélníku je 808 cm, tedy v tomto směru se čtverce překrývají o $909 - 808 = 101$ (cm). Kratší strana obdélníku je 707 cm, tedy v tomto směru se čtverce překrývají o $909 - 707 = 202$ (cm).

Rozměry šedého obdélníku jsou 101 cm a 202 cm.

Poznámky. Doplněné, příp. dopočítané délky úseček na stranách daného obdélníku jsou vyznačeny na obrázku (vše v cm):



Rozměr šedého obdélníku ve vodorovném, resp. ve svislém směru lze vyjádřit jako $505 - 404 = 404 - 303 = 101$ (cm), resp. $505 - 303 = 404 - 202 = 202$ (cm).

Jiné přiřazení délek stran danému obdélníku vede k souměrnému řešení, tedy ke stejné odpovědi (záměna vodorovného a svislého směru).

Hodnocení. 3 body za popis vztahů mezi délkami stran čtverců, daného a šedého obdélníku; 2 body za jeden z rozměrů šedého obdélníku; 1 bod za druhý rozměr šedého obdélníku.