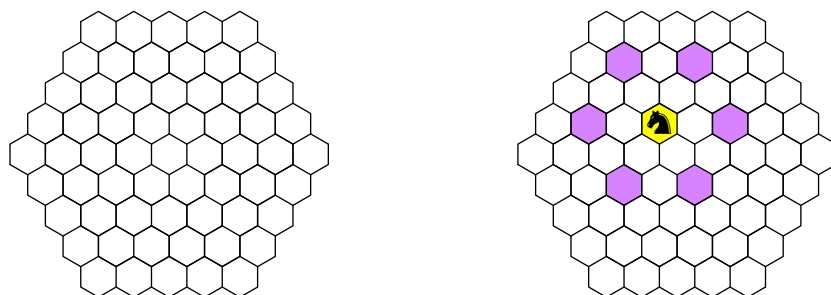


Kategorie B

1. Každé hraně čtyřstěnu přiřadíme jedno reálné číslo tak, aby každá stěna měla stejný součet čísel svých tří hran. Kolik nejvýše z šesti čísel přiřazených hranám může být navzájem různých? *(Mária Dományová)*
2. Zápis přirozeného čísla v desítkové soustavě končí dvojčíslím 90. Dokažte, že součin všech jeho kladných dělitelů je druhou mocninou přirozeného čísla. *(Ján Mazák)*
3. Na tabuli je nakreslena kružnice (bez středu) a na ní tři různé body A, B, C . Máme k dispozici křídlo a trojúhelník s ryskou bez měřítka. Ten nám umožňuje jen vést přímku libovolnými dvěma body a k dané přímce p vést kolmici daným bodem (ne nutně ležícím na p). Popište a zdůvodněte konstrukci středu kružnice vepsané trojúhelníku ABC . *(Ema Čudaiová)*
4. Reálná čísla x, y splňují nerovnosti $xy \geq x + y > 0$. Jaké nejmenší hodnoty může nabývat součet $x + y$? *(Patrik Bak)*
5. V konvexním čtyřúhelníku $ABCD$ platí $|\sphericalangle ABC| = |\sphericalangle ADC|$ a $|\sphericalangle BCD| = 3|\sphericalangle BAD|$. Body P a Q leží po řadě na úsečkách AB a AD tak, že $APCQ$ je rovnoběžník. Necht O je střed kružnice opsané trojúhelníku CPQ . Dokažte, že $AO \perp BD$. *(Patrik Bak)*
6. Hrací plán na obrázku vlevo se skládá z 61 pravidelných šestiúhelníků se stranou délky 1.* Na každém jeho políčku může stát nejvýše jeden jezdec. Dva jezdci se ohrožují právě tehdy, když stojí na políčkách se středy vzdálenými přesně 3 (políčka ohrožená jezdcem jsou na obrázku vpravo vybarvená). Kolik nejvýše jezdců můžeme umístit na tento plán tak, aby se žádní dva neohrožovali?

*(Jozef Rajník)*

* Hrací plány najdete na https://www.matematickaolympiada.cz/media/3855053/hrplany_b6.pdf

Do soutěže se přihlaste na osmo.matematickaolympiada.cz

Informace o soutěži včetně návodných úloh najdete na
matematickaolympiada.cz

